

文章编号 1004-924X(2011)11-2657-07

微机械隧道陀螺仪的时变线性二次高斯预测控制

刘益芳, 王凌云*, 孙道恒
(厦门大学 机电工程系, 福建 厦门 361005)

摘要: 为了降低微机械隧道陀螺仪系统的非线性, 增大器件的带宽并提高系统的信噪比, 隧尖与相应隧道电极之间的隧道间距应控制在 1 nm 附近, 且其必须在闭环模式下工作。本文鉴于线性二次高斯(LQG)控制理论的抗干扰特性和鲁棒性以及哥氏加速度的时变特征, 采用时变卡尔曼滤波器和 LQG 最优控制器串联而成的 LQG 预测控制策略设计了隧道陀螺仪闭环控制系统。首先, 根据隧道陀螺仪的工作原理设计了总体控制方案。然后, 在建立隧道式陀螺仪的扩展动态方程的基础上, 设计了 LQG 预测控制器的两个串联环节即时变卡尔曼滤波器和状态反馈调节器。最后, 通过 Simulink 建立了隧道式陀螺仪的 LQG 预测控制系统并进行数值仿真。结果表明, 即使输入角速度是缓变的随机信号, LQG 预测控制器也能将隧道间距维持在 1 nm 附近。控制系统能够精确地估计欲测量的输入角速度, 估计精度达到 10^{-4} rad/s。

关键词: 微机械隧道陀螺仪; 线性二次高斯(LQG)预测控制; 隧道效应; 闭环系统

中图分类号: U666.16; TP273 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20111911.2657

Time-varying predictive-LQG control for micromechanical tunneling gyroscope

LIU Yi-fang, WANG Ling-yun*, SUN Dao-heng

(Department of Mechanical and Electrical Engineering, Xiamen University,
Xiamen 361005, China)

* Corresponding author, E-mail: rabbitwangly@yahoo.com.cn

Abstract: In order to decrease the nonlinearity of a Micromechanical Tunneling Gyroscope(MTG), enlarge its band width and raise the signal-to-noise ratio of the system, the tunneling gap between the tunneling tip and the corresponding tunneling electrode should be controlled in 1 nm, moreover the MTG must operate in the closed-loop mode. Based on the anti-interference and robustness of the Linear Quadratic Gauss(LQG) control theory and time-varying characteristics of Coriolis acceleration, this paper uses the predictive-LQG control strategy formed by a series of time-varying Kalman filter and an optimal LQG controller to design a closed-loop control system for the MTG. First, the overall control scheme was designed according to the operating principle of the MTG. Then, the two series of the predictive-LQG controllers were designed on the basis of the establishment of the extended dynamic equation of the MTG. Finally, the predictive-LQG controller system of the MTG was built up by Sim-

收稿日期: 2011-06-03; 修订日期: 2011-07-15.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 50875222/51035002); 青年科学基金资助项目(No. 51105320); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(No. 2010121039)

unlike, and a numerical simulation was performed. The simulation results prove that the tunneling gap has been controlled in 1 nm and the measured input angular rate could be estimated accurately by the predictive-LQG controller even if the input angular rate is a slowly varying random signal. And the estimation accuracy can reach 10^{-4} rad/s.

Key words: micromechanical tunneling gyroscope; predictive-Linear Quadratic Gauss(LQG) control; tunneling effect; closed-loop system.

1 引言

隧道效应传感器是一种性能优良的位置传感器^[1-3],利用隧道效应进行敏感位移转换可极大地提高微机械隧道式陀螺仪的性能。但是,与电容式传感器相比^[4],隧道传感器的重要特征是只有当隧道间距在 1 nm 时,才会产生隧道电流,这个特性使控制技术在微机械隧道陀螺仪中十分重要。首先,两个干净的导电电极表面之间要保持 1 nm 的间距是很难直接加工出来的,必须通过反馈控制电路产生的静电力来实现并维持这个间距。第二,隧道电流和隧道间距之间强烈的非线性指数关系会使得开环工作器件的动态范围变得很窄,必须反馈控制电路来降低非线性并减小隧尖损坏的可能性,从而增大器件的动态范围^[5]。第三,隧道电流非常微弱,通常在 fA~nA 量级,极易被系统中的各种噪声^[6]所淹没,所以必须通过反馈控制来抑制干扰从而提高系统的信噪比。

微机械隧道陀螺仪本身的复杂性以及工艺制造过程中的不确定性,使获得系统的非常精确的确定性模型参数十分困难,而且在控制过程中器件机械结构与电学结构二者之间的耦合还会使对象参数产生摄动。另外,控制过程本身在输入通道和输出通道上都存在随机干扰,包括输入通道中质量块的热机械噪声、高压电源噪声、电子电路的 Johnson 噪声等等,输出通道上由于势垒高度的变化也会引起的隧道传感噪声以及隧道效应本身的 $1/f$ 噪声。这种系统的不确定性要求隧道间距或隧道电流的控制策略对参数变化不敏感,而且具有较强的抗干扰特性。而传统的 PID 控制策略,在系统存在随机噪声扰动时,不能使系统按原先的要求进入最优控制状态,甚至不能稳定输出^[7]。线性二次高斯(LQG)控制是在线性多

变量系统中应用最广泛、最有效的最优控制器。状态变量反馈控制理论上允许 LQG 控制任意设置闭环系统的极点,即可以任意控制系统的带宽和阻尼,而且具有鲁棒性^[8],可满足隧道陀螺仪中隧道间距和隧道电流的主动控制的要求^[9]。本文基于 LQG 控制理论的特点,鉴于哥氏加速度信号的时变特征,采用时变卡尔曼滤波器和最优状态反馈调节器串联的 LQG 预测控制器对微机械隧道陀螺仪进行控制,最后通过数值仿真,验证了控制器的有效性。

2 微机械隧道陀螺仪的工作原理与控制方案

微机械隧道陀螺仪的结构示意图如图 1 所示,主要由基座、驱动模态和检测模态的弹性梁、质量块(内外框架)、驱动梳齿、隧尖、下拉电极等主要模块组成。表 1 为陀螺仪的主要模型参数。

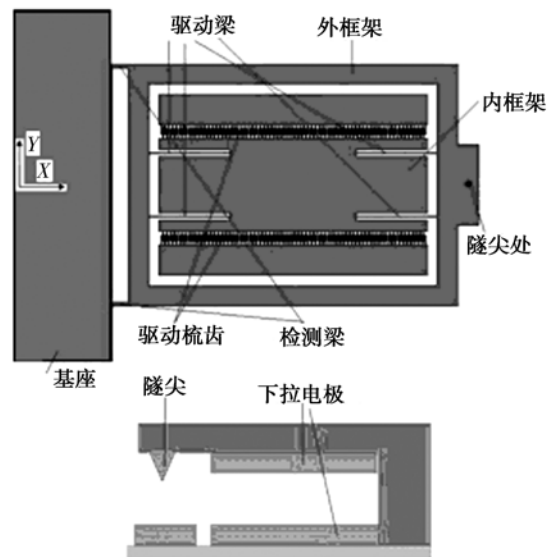


图 1 微机械隧道陀螺仪的结构示意图

Fig.1 Structure of micro gyroscope

表 1 陀螺仪的主要模型参数

Tab. 1 Main model parameters of gyroscope

参数	值
驱动频率	4 200 Hz
敏感频率	4 600 Hz
敏感品质因子	10
驱动振幅	15 μm
检测模态质量	9.220 5 × 10 ⁻⁸ kg

由于制作工艺的限制,在器件制作完毕,隧尖与隧尖正下方相应隧道电极之间的隧道间距是 4 μm,为了能够产生隧道效应,首先在下拉电极处加载下拉电压,产生静电力将质量块下拉直至发生隧道效应,这时称整个器件处于平衡状态。然后在加载于驱动梳齿上的驱动电压的作用下,质量块在驱动方向(Y方向)上做等幅简谐振动,此时若整个结构感受到绕 X 轴的角速度时,由于哥氏效应,质量块在检测方向(Z方向)上产生振动,从而使得隧尖与对应电极之间的间距发生变化。为了保持隧道间距恒定,控制器的输出控制下拉电压随着输入角速度的变化而变化,从下拉电压的变化幅度可测出输入角速度的大小。

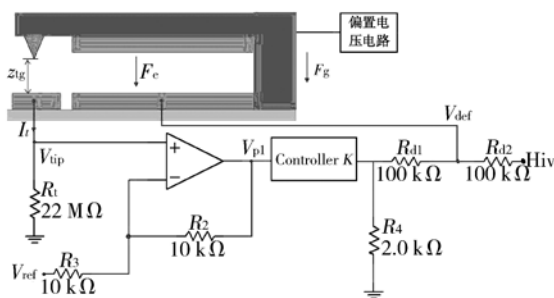


图 2 闭环控制总体方案

Fig. 2 Scheme of overall closed-loop control

闭环控制总体方案如图 2 所示^[10-11]。图中包括电流-电压转换电路、比较放大电路、反馈控制电路和偏置电压电路几个模块。当陀螺仪工作时,在隧尖和相应隧道电极之间产生的隧道电流通过电阻 $R_1 = 22 \text{ M}\Omega$ 转换成隧道电压 V_{tip} , V_{tip} 和参考电压 V_{ref} 进行比较并差动放大,二者之间的误差送入控制器进行计算,输出控制电压加载在下拉电极上(下拉电压 V_{def}),产生静电力来抵消哥氏力,从而保持隧道间距不变。下拉电压的变化即控制信号本身反映了哥氏加速度的大小,从而作为测量输入角速度信号的根据。

3 LQG 预测控制器的设计

3.1 扩展的状态空间方程的建立

微机械隧道陀螺仪的驱动模态的作用是为了在系统感受到输入角速度时通过哥氏效应对检测模态施加哥氏力,所以,在检测方向上,质量块在哥氏力和控制静电力的作用下做简谐振动,通过简化可得其振动方程为:

$$\ddot{z} + \frac{\omega_z}{Q_z} \dot{z} + \omega_z^2 z = -2 \dot{x} \Omega_y + u_z, \quad (1)$$

其中, z 为检测方向上的位移; ω_z 为检测模态的固有频率; Q_z 为检测模态的品质因子; Ω_y 为输入角速度; \dot{x} 为驱动角速度; u_z 为与控制静电力等效的控制加速度。若选择质量块的振动位移 $z_1 = z$ 和振动速度 $z_2 = \dot{z}$ 为状态变量,输出变量直接取为质量块的振动位移 z ,控制变量取为与控制静电力等效的加速度 u_z ,则振动模态的状态空间方程为

$$\dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_z^2 & -\frac{\omega_z}{q_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -2\dot{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_z \\ \Omega_y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$Y + v = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + v, \quad (3)$$

其中, Y 为输出量,其值为振动位移, v 为以隧道间距表达的隧道传感噪声,

$$v = 0.0079 / \sqrt{f_z}, \quad (4)$$

式(4)中, f_z 是频率。

由于式(2)中 \dot{x} 不是常量,而是随时间变化的正弦量,所以 LQG 预测控制器的卡尔曼滤波增益是时变的。为了能够精确估计输入角速度 Ω_y ,将输入角速度 Ω_y 作为第 3 个状态变量。 Ω_y 是一个外界输入量,要考察系统对它的测量能力,最为精确的测量方法是将它看成是有一定功率谱密度的随机过程^[12]。另一方面,为了应用 Kalman 滤波理论,在此将 Ω_y 当作零均值的随机高斯噪声,并且令:

$$\dot{\Omega}_y = \omega, \quad (5)$$

那么在将未知的输入角速度振动量当作系统的状态量时,系统的状态空间方程扩展为:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{\Omega}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_x^2 & -\frac{\omega_x}{Q_z} & -2\dot{x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \Omega_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_z \\ w \\ v \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式(6)中, 设 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\omega_x^2 & -\frac{\omega_x}{Q_z} & -2\dot{x} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 为状态矩阵;

设 $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, 为控制矩阵。

$$\mathbf{Y} = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \Omega_y \end{bmatrix}^T + [0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} u_z \\ w \\ v \end{bmatrix}^T. \quad (7)$$

式(7)中, 设 $\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0]$ 为扩展后的输出矩阵, 扩展之后的系统矩阵是非线性时变的。

3.2 时变卡尔曼滤波器的设计

为了能够根据需要改变估计误差的收敛速度, 将被测输出 y 和估计输出 $\mathbf{C}\hat{\mathbf{Z}}$ 之差反馈到输入端, 构成闭环观测器:

$$\dot{\hat{\mathbf{Z}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{Z}} + \mathbf{B}u_z + \mathbf{L}(y - \mathbf{C}\hat{\mathbf{Z}}). \quad (8)$$

其中, $\hat{\mathbf{Z}}$ 代表估计量矩阵, \mathbf{L} 是状态估计器的增益, $\mathbf{L} = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T$ 。

令 \mathbf{P}_e 代表误差协方差矩阵, 即

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{E} \left\{ (\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})^T \right\}. \quad (9)$$

最小误差协方差 \mathbf{P}_e 的稳态解是非线性时变黎卡提方程(ARE)的解:

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}\mathbf{P}_e + \mathbf{P}_e\mathbf{A}^T - \mathbf{P}_e\mathbf{C}^T\mathbf{v}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P}_e + \mathbf{G}\mathbf{w}\mathbf{G}^T, \quad (10)$$

式中 $\mathbf{G} = [0 \ 0 \ 1]^T$, 则时变次优卡尔曼滤波器的增益:

$$\mathbf{L} = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T = \mathbf{P}_e\mathbf{C}^T\mathbf{w}^{-1}. \quad (11)$$

时变卡尔曼滤波器的 3 个参数 l_1, l_2, l_3 随时间的变化趋势如图 3 所示。

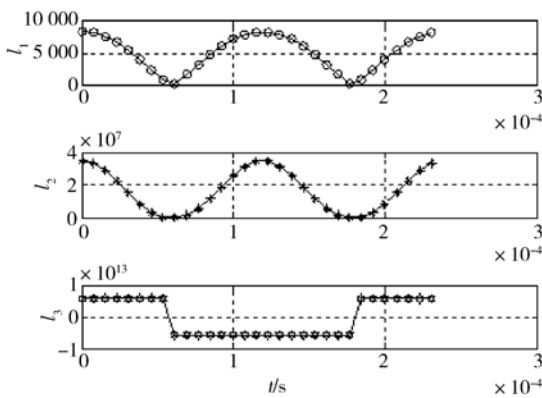


图 3 时变卡尔曼滤波器增益

Fig. 3 Filter gain for time-varying Kalman

3.3 状态反馈调节器的设计

将哥氏加速度的作用考虑到状态-空间控制器中, 得到如式(12)所示的控制量

$$u_z = -[k_1 \ k_2 \ 1] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ -2\dot{x}\hat{\Omega}_y \end{bmatrix} = -k_1 z_1 - k_2 z_2 + 2\dot{x}\hat{\Omega}_y. \quad (12)$$

k_1 和 k_2 的设计是为了寻找合适的控制变量 u_z 和二次性能指标函数之间的平衡点, 由于第 3 个状态变量 Ω_y 是不可控的输入角速度, 所以根据分离定理取式(13)为线性二次代价函数 J_{perf} 性能指标函数:

$$\begin{aligned} J_{\text{perf}} &= \int_0^\infty [\mathbf{z}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{z} + \mathbf{u}_z^T \mathbf{Y}_c \mathbf{u}_z] dt \\ &= \int_0^\infty [q_{c1} z^2 + q_{c2} \dot{z}^2 + r_c u_z^2] dt, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{式中, } \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_c = \begin{bmatrix} q_{c1} & 0 \\ 0 & q_{c2} \end{bmatrix}.$$

与二次性能函数取最小值时所对应的最优调节器增益为:

$$\mathbf{K}_1 = [k_1 \ k_2] = \mathbf{r}_c^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_r, \quad (14)$$

其中 \mathbf{P}_r 为如下黎卡提方程的正定解:

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_r + \mathbf{P}_r \mathbf{A} - \mathbf{P}_r \mathbf{B} \mathbf{r}_c^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_r + \mathbf{Q}_c. \quad (15)$$

同理, 各个权重参数的选择以及相应的状态变量反馈增益, 可以用 MATLAB 进行求解:

$$\mathbf{Q}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, r_c = \frac{1}{4}, \text{ 得到}$$

$$\mathbf{K}_1 = [k_1 \ k_2] = [2.394 \times 10^{-9} \ 6.920 \times 10^{-4}].$$

3.4 数值仿真

将时变卡尔曼滤波器和 LQG 预测调节器串联起来组成时变 LQG 预测控制器并进行闭环仿真^[13]。完整的时变预测 LQG 反馈控制系统的 Simulink 仿真模型如图 4 所示, 随机输入角加速度信号被当作陀螺仪的过程噪声 w , 陀螺仪在输出时被隧道传感噪声 v 所污染。

输入角加速度噪声和隧道传感噪声的协方差分别取为 $\mathbf{W} = 1.3567 \times 10^{-3}$, $\mathbf{V} = 1.3567 \times 10^{-28}$, 随时间缓慢变化的随机输入角加速度信号如图 5 所示, 隧道传感噪声信号如图 6 所示, 仿真得到的隧道间距信号如图 7 所示, 从中可以看出, 即使输入角速度的变化趋势是随机的, 隧道间距几乎稳定在 $\pm 1 \text{ nm}$ 之内, 达到了预期的控制效果。实际和估计的输入角速度如图 8 所示, 可以看出, 即使输入角速度的变化是随机的, 由闭环控制系统得到的被估计的输入角速度几乎和实际输入角速度是同步变化的, 测量精确度高。

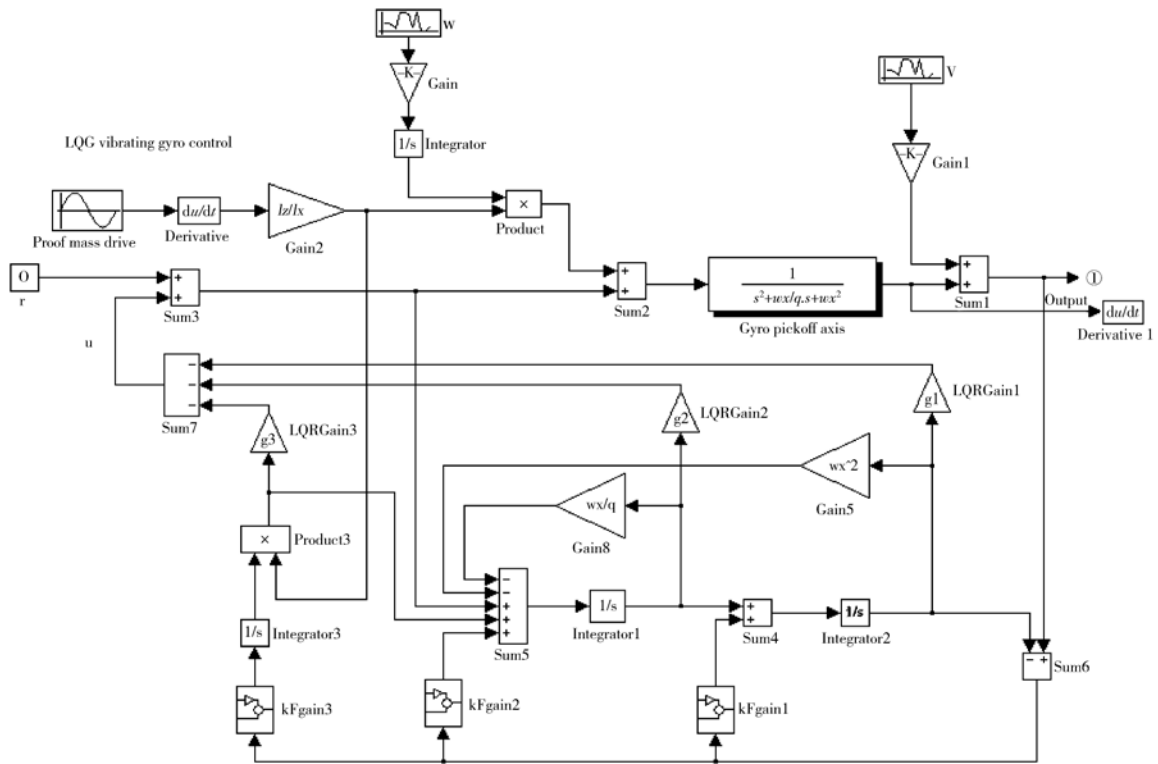


图 4 微机械隧道陀螺仪的时变预测 LQG 控制系统
 Fig. 4 Time-varying predictive-LQG control system of micro gyroscope

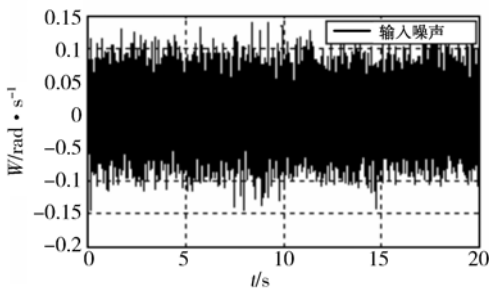


图 5 输入噪声
 Fig. 5 Input angel acceleration

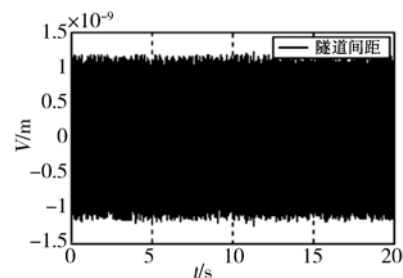


图 7 隧道间距
 Fig. 7 Tunneling gap

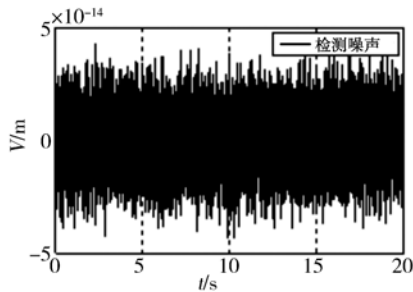


图 6 隧道传感噪声
 Fig. 6 Tunneling noise

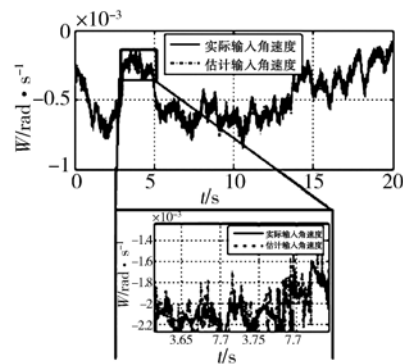


图 8 实际和估计的输入角速度
 Fig. 8 Real and estimated input angular velocities

4 结 论

由于哥氏加速度的时变特征,本文在振动位移和振动速度这两个状态变量的基础上,添加了预测量的输入角速度作为第 3 个状态变量,从而构建了微机械隧道陀螺仪的扩展状态空间模型。

参考文献:

- [1] KENNY T W, KAISER W J, REYNOLDS J K, *et al.*. Wide bandwidth electromechanical actuators for tunneling displacement transducers [J]. *Journal of MEMS*, 1994, 3(3): 97-105.
- [2] LIU C H, KENNY T W. A high-precision, wide-band with micromachined tunneling accelerometer [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2001, 10 (3): 425-433.
- [3] KUBENA R L, ATKINSON G M, ROBINSON W P, *et al.*. A new miniaturized surface micro-machined tunneling accelerometer [J]. *IEEE Electron Device Letters*, 1996, 17(6): 306-309.
- [4] WANG L Y, LI W W, ZHUANG G H, *et al.*. Design and fabrication of bulk micromachined tunneling gyroscope with fan-shaped comb drivers [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(6): 1415-1420.
- [5] XUE W, WANG J, CUI T H. Highly sensitive micromachined tunneling sensors [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004, 12 (5): 491-501.
- [6] 韩荔,龙志峰,李庆祥,等. 电子隧道加速度计输出信号的分析与处理 [J]. *光学 精密工程*, 2002, 10 (1): 8-11.
HAN L, LONG ZH F, LI Q X, *et al.*. Output signal analysis and processing of an electronic tunneling accelerometer [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2002, 10(1): 8-11. (in Chinese)
- [7] 郝晓弘,刘树博. 直流无刷电机 LQG 控制系统研究 [J]. *电力电子技术*, 2006, 40(2): 103-105.
HAO X H, LIU SH B. Research of LQG control of brushless direct current motor [J]. *Power Electronics*, 2006, 40(2): 103-105. (in Chinese)
- [8] LJUNG P B. *Micromachined Gyroscope with Integrated Electronics* [M]. Berkeley: Univ. of California, 1997.
- [9] 周志久,闫建国,张琼燕. LQG/LTR 控制在无人机飞行控制中的实现及仿真 [J]. *计算机仿真*, 2009, 26 (5): 44-47.
ZHOU ZH J, YAN J G, ZHANG Q Y. Implementation and simulation of LQG /LTR control method in UAV flight control [J]. *Computer Simulation*, 2009, 26 (5): 44-47. (in Chinese)
- [10] CHANG D T, KUBENA R L, STRATTON F P, *et al.*. Wafer-bonded, high dynamic range, single-crystalline silicon tunneling accelerometer [C]. *Proceedings of IEEE*, 2002(2): 860-863.
- [11] KUBENA R L, STRATTON F P, VICKERS-KIRBY D J, *et al.*. Low-cost tunneling accelerometer technology for high dynamic range applications [C]. *Position Location and Navigation Symposium IEEE*, 2000: 522-526.
- [12] FRANKLIN G F, POWE ZL J D. 动态系统的反馈控制 [M]. 朱齐丹等译. 4 版. 北京: 电子工业出版社, 2004.
FRANKLIN G F, POWE ZL J D. *Feedback Control of Dynamic Systems* [M]. 4th ed. Beijing: Publishing House of Electronic Industry, 2004. (in Chinese)
- [13] 孙宏放,张忠宝,赵希人. 基于斜舵船舶减横摇 LQG 控制研究 [J]. *系统仿真学报*, 2009, 21 (2): 503-506.
SUN H F, ZHANG ZH B, ZHAO X R. Study on slanting rudder of ship rolling stabilization based on LQG control method [J]. *Journal of System Simulation*, 2009, 21 (2): 503-506. (in Chinese)

作者简介:



刘益芳(1976—),女,福建莆田人,助理教授,1999年、2002年于东南大学分别获得学士、硕士学位,2010年于厦门大学获得博士学位,主要从事 MEMS 传感器、微硅电子隧道陀螺仪的控制与测试、微弱信号检测等方面的研究。E-mail: yfliu@xmu.edu.cn



孙道恒(1964—),男,安徽合肥人,教授,1987年、1990年、1997年分别于东北大学获得学士学位、硕士学、博士和1997至1999年于西南交通大学力学博士后流动站做研究,主要研究领域包括 MEMS/NEMS、柔性电子、静电纺丝及其应用。E-mail: sundh@xmu.edu.cn

通讯作者:



王凌云(1978—),男,四川达州人,助理教授,2000年、2009年于厦门大学分别获得学士和博士学位,主要从事 MEMS 和惯性传感器的设计、制作和控制等方面的研究。E-mail: rabbitwangly@yahoo.com.cn

● 下期预告

测绘相机在轨空间交会角变化计算方法

韩旭¹,马军²,王忠素²,韩冬³,黄涛⁴

(1. 长春理工大学光电工程学院,吉林 长春 130022;

2. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033;

3. 长春工业大学机电工程学院,吉林 长春 100012;4. 中国科学院高能物理研究所,北京 100049)

为了保证在轨传输数据的可靠性,测绘相机在轨空间交会角要求 $5''$ 内变化。对测绘相机交会角变化计算方法进行了研究。首先,利用 I-deas 软件计算了测绘相机在轨极端高温和低温两种工况的温度场。然后,将计算得到的温度场作为温度载荷施加给结构模型,实现了由温度网格到结构网格温度映射即简单有限元模型到复杂有限元模型载温度载荷映射,计算了测绘相机的热弹性变形,得到光学元件中心点变形量。最后,利用自编的软件计算了在两种极端温况下正视和后视相机在轨交会角变化。结果表明,测试相机在高温和低温工况下空间交会角的变化在 $5''$ 的范围内。综合来看,该计算方法可以得到空间相机交会角的变化量,计算数据可以为测绘相机光机结构设计和热控方案的制定提供了数据保障。